

## Aufgaben zur Kombinatorik

- 1.0 Bestimmen Sie die Anzahl aller dreistelligen Zahlen, bei denen
  - 1.1 die Ziffern Null oder gerade sind
  - 1.2 die zweite Ziffer 2 sein soll
  - 1.3 die dritte Ziffer gerade oder 5 sein soll
- 2.0 Ein idealer Würfel wird viermal geworfen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass
  - 2.1 alle Augenzahlen verschieden sind
  - 2.2 drei Augenzahlen gleich sind
  - 2.3 sich gerade und ungerade Augenzahlen abwechseln
  - 2.4 nur gleiche Augenzahlen auftreten.
- 3.0 Ein Ausschuss aus 4 Frauen und 3 Männern wählt einen Vorsitzenden und einen Stellvertreter.  
Bestimmen Sie die Anzahl der Möglichkeiten
  - 3.1 insgesamt
  - 3.2 wenn beide gleichen Geschlechts sein sollen
  - 3.3 mindestens eine Frau dabei sein soll.
- 4 Es werden aus einer Klasse 7 Schüler zufällig ausgewählt.  
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass alle 7 Schüler an verschiedenen Wochentagen Geburtstag haben.
- 5 Berechnen Sie, auf wie viele Arten man aus 12 Personen einen Viererausschuss wählen kann.
- 6.0 Von 5 angegebenen Lösungen einer Testfrage sind 2 richtig.
  - 6.1 Berechnen Sie, auf wie viele Arten ein Prüfling, der nur rät, 2 Antworten ankreuzen kann.
  - 6.2 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass beide angekreuzten Antworten richtig sind.
- 7 Unter den 250 Losen einer Lotterie befinden sich 50 Gewinnlose.  
Ernst kauft zu Beginn gleich 20 Lose.  
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass er 5 Gewinnlose erwischt hat.

- 8.0 Im Festzelt treffen Anna und Eva auf Dora, Max, Horst und Klaus. (Abitur 2015 SII)
- 8.1 Die sechs jungen Leute bilden bei der Polonaise eine „bunte“ Reihe, d.h. abwechselnd Mädchen und Junge. Berechnen Sie, wie viele Anordnungen hierfür möglich sind.
- 8.2 Bei einer zweiten Polonaise ist Max nicht dabei, da er mit einem Mädchen am Nebentisch flirtet. Berechnen Sie, wie viele Möglichkeiten es jetzt für die „bunte“ Reihe gibt.
- 9 Marlene, Martin, Max, Michael und Moritz wählen jeweils ihre Lieblingspizza und bestellen gemeinsam bei „Happy-Pizza“. Nach der Lieferung der 5 unterschiedlichen Pizzen sucht sich zunächst Marlene ihre vegetarische Pizza heraus. Anschließend wählen die vier Jungs nacheinander zufällig einen der übrigen, noch geschlossenen Pizzakartons aus. Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit nun alle ihr bestellte Pizza erhalten. (Abitur 2018 SI)
- 10 Max, Lena, Mia und Deria fahren unabhängig voneinander mit dem Auto zur Schule. Bestimmen Sie die Anzahl der Möglichkeiten, die Autos auf den vier freien Parkplätzen abzustellen.
- 11.0 Mona und Philip unterhalten sich über ihr Computerpasswort. Mona sagt: „Mein Passwort besteht nur aus fünf Zeichen, dafür aber aus Ziffern und Groß-/Kleinbuchstaben ohne Sonderzeichen“. Philip gibt zu: „Mein Passwort besteht nur aus Kleinbuchstaben, dafür hat es 13 Zeichen.“
- 11.1 Bestimmen Sie, wessen Passwort die größere Sicherheit aufweist.
- 11.2 Geben Sie die Zeit an, die ein Computer maximal zum Erraten der Passwörter braucht, wenn er 1000 Passwörter pro Sekunde ausprobieren kann.
- 12.0 Unter 15 Schülern werden vier Konzertkarten verteilt. Bestimmen Sie die Anzahl der Möglichkeiten, die Karten unter den folgenden Bedingungen zu verteilen.
- 12.1 Die Karten gelten für nicht nummerierte Sitzplätze und jeder Schüler darf höchstens eine Karte erhalten.
- 12.2 Die Karten gelten für nummerierte Sitzplätze und jeder Schüler darf höchstens eine Karte erhalten.
- 12.3 Die Karten gelten für nummerierte Sitzplätze und jeder Schüler darf mehrere Karten erhalten.
- 13 In einer Schale mit fünf Äpfeln gibt es einen Apfel mit Wurm. Louis greift sich zwei Äpfel. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass er zwei Äpfel ohne Wurm erwischt.

- 14.0 Julia hat eine wichtige sechsstellige Telefonnummer aus lauter verschiedenen Ziffern vergessen.  
Bestimmen Sie die Anzahl der möglichen Telefonnummern, wenn Julia noch weiß...
- 14.1 dass die erste Stelle eine fünf ist.
- 14.2 aus welchen Ziffern die Nummer besteht, aber nicht mehr die Reihenfolge.
- 15.0 Berechnen Sie, wie viele Möglichkeiten es gibt, die Buchstaben der folgenden Städtenamen anzuordnen.
- 15.1 HOF
- 15.2 PASSAU
- 15.3 REGENSBURG
- 16 In der ersten Fußball-Bundesliga spielen 18 Vereine gegeneinander.  
Bestimmen Sie die Anzahl der Spiele pro Saison (Hin- und Rückrunde).
- 17 Beim Fußballtoto gilt es, in der Dreizehnerwette für 13 verschiedene Spiele vorauszusagen, ob die Heimmannschaft siegt (1), das Spiel unentschieden ausgeht (0) oder die Gastmannschaft siegt (2).  
Bestimmen Sie die Anzahl der notwendigen Tippreihen, um mit Sicherheit genau einmal alle Spielausgänge richtig zu tippen.
- 18.0 Herr Meyer möchte seine 20 Bücher in seinem neuen Bücherregal ordnen. Er besitzt zehn deutsche, fünf englische, vier französische und ein spanisches Buch.  
Bestimmen Sie die Anzahl der Anordnungsmöglichkeiten
- 18.1 für alle 20 Bücher.
- 18.2 wenn Herr Meyer zuerst die deutschen Bücher und dann den Rest einsortiert.
- 18.3 wenn er die Bücher aus einem Sprachraum nebeneinander stellen möchte.
- 19 Der Vorstand eines Vereins mit 24 Männern und 20 Frauen soll aus drei Männern und zwei Frauen bestehen.  
Bestimmen Sie die Anzahl der Möglichkeiten.

## Lösungen

1.1  $4 \cdot 5 \cdot 5 = 100$  (Null kann nicht erste Ziffer sein !)

1.2  $9 \cdot 1 \cdot 10 = 90$

1.3  $9 \cdot 10 \cdot 6 = 540$

2.0 Gesamtmöglichkeiten:  $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 1296$

2.1  $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360 \Rightarrow \frac{360}{1296} = 0,278$

2.2  $6 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 4 = 120$  (mal 4, weil es vier Möglichkeiten gibt eine vierstellige Zahl mit drei gleichen Ziffern zu bilden)

$$\Rightarrow \frac{120}{1296} = 0,093$$

2.3  $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 + 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81 + 81 = 162$  (gugu oder ugug)

$$\Rightarrow \frac{162}{1296} = 0,125$$

2.4  $6 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 6 \Rightarrow \frac{6}{1296} = 0,0046$

3.1  $7 \cdot 6 = 42$

3.2  $4 \cdot 3 + 3 \cdot 2 = 18$

3.3  $4 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 3 = 36$

4 Gesamtmöglichkeiten:  $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 823543$

Anzahl der günstigen Ereignisse:  $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5040$

$$\Rightarrow \frac{5040}{823543} = 0,0061$$

$$5 \binom{12}{4} = \frac{12!}{4! \cdot 8!} = 495$$

$$6.1 \binom{5}{2} = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = 10$$

6.2 Anzahl der günstigen Ereignisse: 1

$$\Rightarrow \frac{1}{10} = 0,1$$

7 50 Gewinnlose und 200 Nieten

Gesamtmöglichkeiten 20 Lose aus 250 Losen zu ziehen:  $\binom{250}{20}$

Möglichkeiten, dass unter den 20 Losen 5 Gewinnlose sind:

$$\binom{50}{5} \cdot \binom{200}{15} = 2118760 \cdot 1,4629 \cdot 10^{22} = 3,0996 \cdot 10^{28}$$

$$\Rightarrow \frac{\binom{50}{5} \cdot \binom{200}{15}}{\binom{250}{20}} = 0,181$$

8.1 MJMJMJ oder JMJJMJ  $\Rightarrow 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2 = 72$  Möglichkeiten

8.2 MJMJMJ  $\Rightarrow 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 12$  Möglichkeiten

9  $p = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{24}$

10  $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$  Möglichkeiten

11.1

Monas Passwort: 26 + 26 + 10 mögliche Zeichen pro Stelle

$$\Rightarrow 62^5 = 916132832 \text{ mögliche Passwörter}$$

Philips Passwort:  $26^{13} = 2481152873203736576$  mögliche Passwörter

Philips Passwort ist deutlich sicherer.

11.2

Mona:  $\frac{916132832}{1000} = 254$  Stunden

Philip:  $\frac{2481152873203736576}{1000} = 78676841,5$  Jahre

12.1  $\binom{15}{4} = 1365$

12.2  $15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 = 32760$

12.3  $15 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 15 = 50625$

$$13 \quad p = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{5}{2}} = \frac{6}{10} = 0,6$$

$$14.1 \quad 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 15120$$

$$14.2 \quad 6! = 720$$

$$15.1 \quad 3! = 6$$

$$15.2 \quad \frac{6!}{2! \cdot 2!} = 180$$

$$15.3 \quad \frac{10!}{2! \cdot 2! \cdot 2!} = 453600$$

$$16 \quad 2 \cdot \binom{18}{2} = 306$$

$$17 \quad 3^{13} = 1594323$$

$$18.1 \quad 20! \approx 2,43 \cdot 10^{18}$$

$$18.2 \quad 10! \cdot 10! \approx 1,3 \cdot 10^{13}$$

$$18.3 \quad (10! \cdot 5! \cdot 4! \cdot 1!) \cdot 4! \approx 2,508 \cdot 10^{11}$$

$$19 \quad \binom{24}{3} \cdot \binom{20}{2} = 384560$$